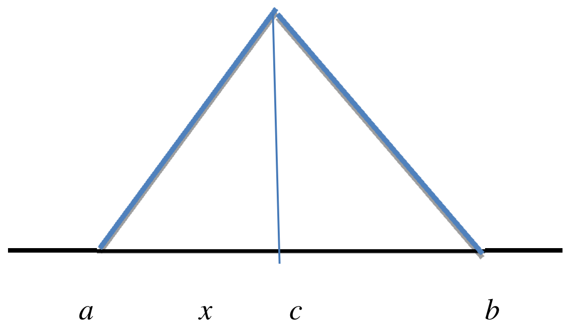
测量不确定度评定中三角形概率分布的包含因子 √6 是如何得来的？

在分析化学领域里应用估计测量不确定度的过程中，另一个常用到的概率分布为三角形概率分布。它是个连续概率分布。

在此，三角形分布是个基于低限为 a、众数或最可能值为 c、上限为 b 的连续概率分布概念。 在理论上，通过三角型分布，我们可从中预测最大、最小及最可能的值，靠近最大值 b 和最小值 a 的值出现的可能性要小于靠近最可能值 c 的值。同样的，三角形里的面积，即总概率为 1。见图 1。

图 1　三角概率分布曲线



三角概率分布函数为：

$$f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} \quad ; \quad a \le x \le c \tag{1a}$$

$$f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} \quad ; \quad c \le x \le b \tag{1b}$$

于 $x < a$ 和 $x > b$ 时，$f(x) = 0$

平均值或期望值给出 $$\mu = \frac{a+b+c}{3} \tag{2}$$

方差 $$\sigma^2 = \frac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18} \tag{3}$$

当 $a = -U$, $b = +U$, $c = \mu = 0$ 时，三角分布函数就标准化为：

$$f(x) = \frac{2(x+U)}{(U+U)((0+U)} = \frac{(x+U)}{U^2} \quad ; \quad -U \leq x \leq 0 \qquad (4)$$

$$f(x) = \frac{2(U-x)}{(U+U)(U-0)} = \frac{(U-x)}{U^2} \quad ; \quad 0 \leq x \leq +U \qquad (5)$$

$$\sigma^2 = \frac{U^2 + U^2 - (U)(-U)}{18} = \frac{3U^2}{18} = \frac{U^2}{6} \qquad (6)$$

因此标准差 $$\sigma = \frac{U}{\sqrt{6}} \qquad (7)$$

及三角形概率分布的包含因子为 $\sqrt{6}$ 。

图 2 标准矩形概率分布曲线