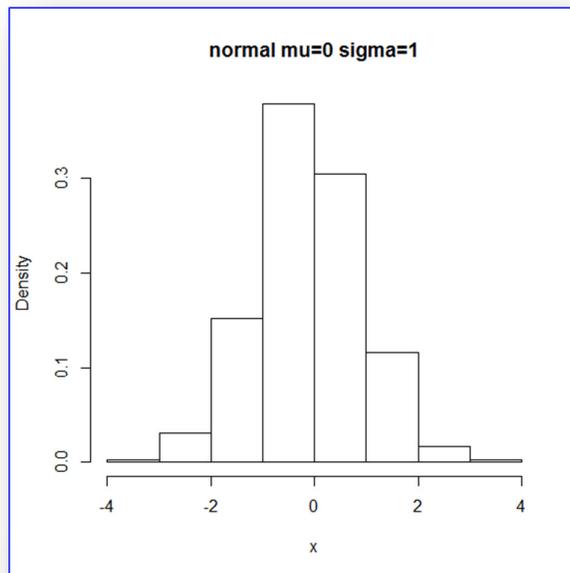


如何评定化学分析误差



作者：杨元华

目录

1. [前言](#)
- 1.1 [评定分析化学误差](#)
 - 1.1.1 [误差的分类](#)
 - 1.1.2 [合并样本标准差 \$s_p\$](#)
 - 1.1.3 [重复性, 再现性](#)
 - 1.1.4 [精密度, 准确度, 正确度](#)
 - 1.1.5 [测量不确定度, 标准不确定度, 合成不确定度, 扩展不确定度](#)
 - 1.1.6 [测量不确定度传播律](#)

1.0 前言

统计学(Statistics)是一门有关收集数据、分析数据、表述数据,然后再根据数据进行推断的科学,是作为数据分析的一种有效工具。统计方法已广泛应用于社会科学和自然科学的各个领域,是各学科领域研究者和实际工作者的必备知识。统计学的内容大体上可以分为两大部分:

描述统计(Descriptive statistics) : 对所收集的数据资料进行计算,加工整理、综合概括,通过图示、列表和数对资料继续分析和描述。描述统计的参数有平均值,标准差,相对标准差,偏差,极差,中位数,等。

推断统计(Inference statistics) : 在收集、整理**观测样本**(sample)数据的基础上,对有关**总体**(population)做出推断,尽可能作出精确和可靠的结论。它的特点是根据随机性的观测样本数据以及研究问题的条件和假定,对未知总体做出的统计检验并以概率形式表述的推断。

分析测试的目的就是从样本的量测数据中推定总体物质的相关物理和化学信息。为了确保分析结果的质量,使测试数据更具正确性,可靠性和溯源性,除了要求正确的分析方法和技术外,实验室还必须有一套可行的质量保证和质量控制系统,基本应用的手段就是采用数理统计。

数理统计方法是分析化学各领域不可缺工具之一,也是化学计量学的基本内容之一,在评估,预处理,推理和解释化学量测值是十分必要的。

同时在定量分析过程中,由于受某些主观因素和客观条件的限制,所得的结果不可能绝对准确。换句话说,分析结果必然存在误差。为了判定数据质量是否合格,或数据的准确度,就必须研究产生**误差(error)**的原因,估计数据离散(**deviation**)的大小和它的**不确定度(uncertainty)**。因此分析人员对测试结果和误差需同样重视。

1.1 评定分析化学误差

分析检测的目的是要对样本中的某个目标因子的客观值或实际值, 又称真值 x_T (true value) 定量。

但一般来说, 样本中的目标组分的真实含量(即真值)是个未知数的; 用测量方法给出的测出值是不能确定是真值的, 即使是有证标准物质或标准器给出的标准值, 也只可看作为相对真值而已, 这是因为这标准值为在某一时刻和某一位置或状态下的, 而它的效应体现出的是客观存在的真实数据。

真值其实是理想概念。分析样本的最后结果通常是有若干个测量值经一系列计算而得出的平均值(mean \bar{x}), 而且每一个测量值都存在误差。

误差有两个表示方法: **绝对误差**(absolute error, E)和**相对误差**(relative error, E_{rel})。

绝对误差是测量值(measured value, x)与真值(true value, x_T)之间的差值, 既

$$E = x - x_T \quad (1-1)$$

相对误差可以用百分率表示为

$$E_{rel} = \frac{(x - x_T)}{x_T} \times 100\% \quad (1-2)$$

误差越小表示测量值和真值越近, 准确度越高; 反之, 误差越大, 准确度越底。绝对误差是正或者是负, 就决定了给出值是正或负偏离真值的方向。

既然任何物质中各组分的真实含量无从知道, 那么从测试数据中如何计算出误差, 如何知道准确度呢? 在分析化学中可在日常质量控制运作时可将以下的值当做真值处理:

- 1) 有证标准物质的标准值或参考值 (Reference value)
- 2) 理论真值, 如某化合物的理论组成等
- 3) 相对真值, 如人们自行配备试质控样的标准值, 能力验证后给出的试样协同值 (consensus value)

1.1.1 误差的分类

根据误差产生的原因, 可分为三类:

1) 过失误差 (Gross error)

这通常是人为失误所造成的, 它显然与事实不符的误差。例粗心计算错误, 采用错误浓度的标准液, 记错砝码等不可饶恕的过失。这种误差对分析人员来说是必须也可以完全避免的。

2) 系统误差(Systematic error, β)

系统误差是由固定原因造成的。

这误差是指在一定试验条件下, 由于某个或某些恒定因素而使多次测定平均值与真值的偏差固定在一个方向, 既平均值与真值相对固定偏高或偏低。

原由是多方面的, 可来自分析人员的主观操作因素 (例如使用移液管或容量器的习惯, 判断颜色的能力等), 分析方法本身造成的误差 (例如滴定法中的终点与化学计量点的不一致, 组分分离不完全等), 砝码腐蚀引起的分析仪器误差, 等。

系统误差影响了结果的准确性, 必须找出其原因并改正之。如无法减低或去除该固定因素, 可从平均测量值和真值的相对偏差给出一个**修正因子**(correction factor c_R), 为

$$c_R = \frac{x_T}{\bar{x}} \quad (1-3)$$

3) 随机误差(Random error, ϵ)

随机误差亦称偶然误差,是由于各种不确定因素的偶然变动而引起的单次测定值对平均值的随机偏离,时大时小,时正时负,无预定的方式变化。

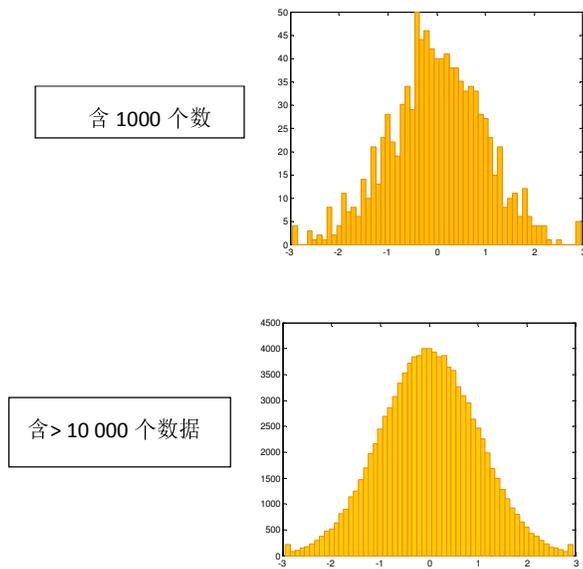
造成因素包括测量仪器,试剂,温度,环境以及分析人员的操作行为等。它们的许多细微变化综合起来对测定结果的影响就表现为随即误差,而且无法控制,也不能预先确定。

随机误差不能被修正,但由于它是具有统计规律的误差,所以当测定的次数足够多时,其的误差程度就可以估计出来,这也表示了这组数据的精密度。

换言之,由于随机误差是由某些难以控制且无法回避的偶然因素造成的,尽管单个随机误差的出现极无规律,但进行多次重复测定会发现随机误差是有服从一定的统计规律的。在分析化学中,重复测量值的频数分布有两个特点:

- a. **离散特性** : 全部分散的数据具有波动性,但这类的波动是在平均值周围波动,于平均值的离散程度随着增加测试的次数而减少。因此数据的离散特性可用偏差来表示。
- b. **集中趋势** : 虽然各数据是分散的,随机出现的,但当数据多到一个程度时就会发现它们有向某个中心值靠拢的趋势,而中心值就是计算平均值。这种数据趋势可从很多次测定值的相对频数分布**直方图** (histogram)表示出来,而且逐步趋近于一条平滑的曲线。见图 1.1。这种的数据分布服从统计学里的**正态概率分布** (normal probability distribution)或**高斯分布** (Gaussian distribution)。它的概率密度为人们所熟悉的钟形曲线。

图 1.1：许多次测定值的相对频数分布直方示意图



* 测量方法的精密度是用偏差 (deviation, d) 来表示。设一组平行测定值 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), 其平均值 \bar{x} 为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (1-4)$$

偏差 d_i 则是某次测量值 x_i 与平均值 \bar{x} 两者之差

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (1-5)$$

单次测量的偏差 d_i 有正，负偏差之分。在一组数据中而单次测量的偏差的代数和必为零，因此不能用来反映数据偏差是否严重，精密度是否合理：

$$\sum d_i = 0 \quad (1-6)$$

如用每次测量偏差的绝对值的平均值来表示其精密度，此称为平均差，用 $|\bar{d}|$ 表示

$$|\bar{d}| = \frac{|d_1| + |d_2| + \dots + |d_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum |d_i| \quad (1-7)$$

* 在有限次测量中，把每个偏差 d_i 的平方都加上，除于自由度 $(n-1)$ ，再用平方根函数，就得这组数据的样本标准差(sample standard deviation, s):

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-8a)$$

式 (1-8a) 称为贝塞尔公式 (Bassel formula)。这种统计计算方法也称为贝塞尔法。

上述计算标准差也可以换算过的公式来简化计算：

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n}{n-1}} \quad (1-8b)$$

* s^2 为样本方差 (sample variance)

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (1-9)$$

样本的相对标准差(relative standard deviation, RSD)为

$$RSD = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-10)$$

RSD 也可以用变异系数或称标准差系数 (coefficient of variation, s_{rel}) 来表示

$$s_{rel} = \frac{s}{\bar{x}} \quad (1-11)$$

s_{rel} 经常用于单位不同或测量范围大小不一的测量结果之间精密度的比较, 而且在误差传递计算中的作用也重要。标准差和方差是在日常中应用最广泛的离散程度数据。

例 1.1 一实验室重复测定工厂下水道污水样本中的油脂量得如下的结果 (mg/L): 125, 142, 133, 150, 129, 145。求平均值, 样本标准差, 变异系数。

解

a) 平均值 $\bar{x} = \frac{125+142+133+150+129+145}{6} = 137.3 \text{ mg/L}$

b) 数据排序后为 125, 129, 133, 142, 145, 150。中位值 = (142+133) / 2 = 137.5 mg/L

c) 标准差, mg/L

$$s = \frac{(125-137.3)^2 + (142-137.3)^2 + (133-137.3)^2 + (150-137.3)^2 + (129-137.3)^2 + (145-137.3)^2}{(6-1)} = 9.81$$

d) 变异系数 $s_{rel} = (9.81/137.3) = 0.071$

* 通常实验室会对一个常规测试方法进行不少的两次平行测量, 结果为 a_i 和 b_i 。它们之差的绝对值为 $\Delta_i = |a_i - b_i|$ 。设取了全部的 k 试验记录, 它的标准差 s 为

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\Delta_i)^2}{2k}} = \sqrt{\frac{\sum (a_i - b_i)^2}{2k}} \quad (1-12)$$

平行测量给出的标准差是会比直接重复检测的来得大，更能表示该方法在这家实验室里日常应用时的精密度。见例 1.2

例 1.2 例 1.1 的数据是由三个分析人员给出的两次平行检测的结果(mg/L):

a_i	b_i
125	142
133	150
129	145

求样本标准差。

解

按式 (1.12) 中, $k = 3$

$$\text{标准差 } s = \frac{(125-142)^2 + (133-150)^2 + (129-145)^2}{2 \times 3} = 11.8 \text{ mg/L}$$

* 最简单的测度数据离散程度的方法就是计算**极差**(Range, R)。极差也称全距，它是一组分析数据的最大值与最小值之差

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (1-13)$$

其他常见的统计描述代数有：

- a. **中位数** (median) 为一组观察值在被排列由小到大后的中间数据。 n 为奇数时取位次居中的变量值；为偶数时，取位次居中的两个变量的平均值。反映一批观察值在位次上的平均水平。

例：设有 5 个数据按大小排序后，第三个数据为中位数。如有 6 个数据（偶数），在按数据大小排序后，中间的两个数平均值为中位数值。

- b. **众数** (mode)为一组数据中频率出现最多次的。

1.1.2 合并样本标准差 s_p

又称组合样本标准差 (pooled sample standard deviation, s_p)。式 (1-8a) 所得的 s 是通过一个被测量 Q 得出的, 但在很多情况下可以通过两个以上 (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) 的被测量的测量结果计算任意一次测量结果的实际标准差。这种通过多次被测量所得的标准差, 组合而成的标准差称为合并样本标准差。设有 k 测量结果, 是通过不同 n 次数测试所得, 其合并样本标准差 s_p 为

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + (n_3 - 1)s_3^2 + \dots + (n_k - 1)s_k^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + (n_3 - 1) + \dots + (n_k - 1)}} \quad (1-14)$$

例 1.3 表 1.1 给出了使用火焰光度仪法测试一个香肠样本中的钠 (mg/kg) 成分, 分别有三回不同次数的重复检测。求方法的合并样本标准差。

表 1.1 按数次检测钠(mg/kg)结果的计算格式

次#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	\bar{x}	s
1	5450	5630	5390	5480	5530	5529	90.44
2	5650	5520	5580	-	-	5583	65.06
3	5460	5640	5530	5590	-	5555	77.67

解

按式 (1-14), 合并样本标准差

$$s_p = \sqrt{\frac{(5-1) \times 90.44^2 + (3-1) \times 65.06^2 + (4-1) \times 77.67^2}{(5-1) + (3-1) + (4-1)}} = 81.2$$

1.1.3 重复性, 再现性

1.1.3.1 测量结果的重复性 (repeatability, r)

重复性的符号为 r 。

其定义为：在相同条件下对同一被测量进行连续多次测量所的结果之间的一致性。这重复性条件是指室内条件，包括：相同测量方法，相同的测试人员，在相同的条件下使用相同的测量仪器，相同地点及在短时间内重复观测。

重复性是在重复性条件下的重复观测结果的实验室标准差，称**重复性标准差** s_r 定量给出。其意思是重复性条件下，测量结果的分散性，所以可用式 (2-8) 评定。其往往是测量结果不确定度的重要组成部分。 s_r 也可称为重复性标准不确定度。

测量结果的重复性限 r 与重复性标准差 s_r 的关系呈现在以下式：

$$r = 2 \times \sqrt{2} \times s_r = 2.8 s_r \quad (1-15)$$

问 1.1 这 $r = 2.8 s_r$ 的关系从何而来的？

答

每个测量值都含有其标准差 s_r 及它的方差 s_r^2 ，而一对平行检测数据会给出合并重复性方差 $s_c^2 = s_r^2 + s_r^2 = 2s_r^2$ ，因此重复性标准差 $s_c = \sqrt{2} \times s_r$ 。由于重复性的检测数据是随机的，数据的概率分布服从正态分布。

按正态概率分布，重复性限 r 的包含 95% 概率置信区间为

$$r = 2s = 2\sqrt{2}s_r = 2.8s_r$$

更准确来说，重复性限 r 的包含 95% 概率置信区间应该为

$$r = 1.96s = 1.96\sqrt{2}s_r = 2.8s_r$$

目前不少的标准化学分析方法有给出了 r 值，但测试全过程都满足标准规定条件的情况下，可以按式 (1-15) 方便地用下式 (1-16) 得出任何一次测量结果 (q_k) 的重复性标准差：

$$s_r(q_k) = \frac{r}{2.8} \quad (1-16)$$

1.1.3.2 测量结果的再现性(reproducibility, R)

再现性又称复现性，符号为 R 。

其定义为：在给定的某种再现性条件下，（既在不同实验室之间，对某一被测试量，按标准所规定的方法进行测量的情况下），任意两次之差，以95%的概率不致超出的极限值。与式 (1-15) 类似，有式 (1-17) 和 (1-18)

$$R = 2.8s_R \quad (1-17)$$

以及
$$s_R = \frac{R}{2.8} \quad (1-18)$$

当标准方法给出室间或组间的再现性 R 时，利用式 (1-18) 所得出的 s_R 中，包括了标准方法中所有的随机效应导致的不确定度和测试过程中所使用的分析仪器的系统效应导致的不确定度。

1.1.4 精密度，准确度，正确度

1.1.4.1 测量精密度 (Measurement Precision)

JJF 1001-2011 定义 5.10 为：在规定条件下，对同一或类似被测对象重复测量所得示值或测得值间的一致程度。简单说精密度是评定一组数据的分散程度，以标准差，方差或相对标准差来表示。数据的标准差越小表示其精密度越高。

1.1.4.2 准确度 (Measurement Accuracy)

JJF 1001-2011 定义 5.8 为：被测量的测得值与其真值的一致程度。这测量准确度不是一个量，而只是个概念。没有给出数字的量值。当测量提供较小的测量误差时就意味该测量是较准确的。

测量精密度和准确度的关系可用图 1.2 表示：

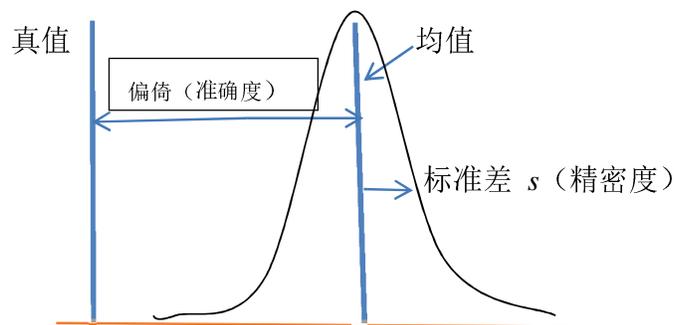


图 1.2 精密度与准确度的关系

1.1.4.3 测量正确度 (measurement trueness)

JJF1001-2011 定义 5.9 为：无穷多次重复测量所得量值的平均值与一个参考量值间的一致程度。测量正确度与准确度一样不是一个量，不能用数值表示。它是与系统误差是大小有关的。

表征系统误差的正确度和表征随机误差的精密度是不同的两回事，不可被混淆。

1.1.5 测量不确定度，标准不确定度，合成不确定度，扩展不确定度

JJF 1059.1-2011 给测量不确定度 U 为：“根据所获信息，表征赋予被测量值分散性的非负参数。” ISO GUM 对测量不确定度的定义为：“表征合理地赋予被侧量之值的分散性，与测量结果相联系的参数。”

这两个定义大同小异，意味着测量结果是最佳估计值，不确定度则用来表征赋予测量值的波动范围的不确定性。定义中的“合理”意指得考虑各种可能对测量有影响的因素，包括重复性条件或再现性条件。测量不确定度就是说明被测量之值分散性的参数。

给出不确定度参数的方法是先估计各个影响因数的标准不确定度，以标准差表示，然后计算合成标准不确定度。最后用标准差的倍数给出，所用的倍数因子 k 称为包含因子，一般取 $k=2$ 或 $k=3$ ，得出的参数称扩展不确定度 U ，并说明了置信概率 p 的区间的半宽。

例 1.4 设某一土壤样本中的六，六，六农药残留测量结果为

$$(108.9 \pm 7.5)\text{mg/kg}; \quad k=2 \text{ (95\%置信区间)}$$

这表示在 95%的置信度，该土壤中的六，六，六农残的测量值是在 (101.4, 116.4) mg/kg 之间。不确定度(uncertainty, U)，也称扩展不确定度为 7.5mg/kg 而这 U 是由 一个**包含因子**或覆盖因子(coverage factor, k) 和**合成标准不确定度** u 组成的，它们之间的关系是

$$U = k \times u \quad (1.19)$$

由于随机数据是服从正态概率分布，包含因子 k 一般都是 2，也可以是 3， 分别基于大部分不低于 95% 和 99%的置信概率。因此标准不确定度 u 可从式 (1.19) 换算出来。这也表示了实验室在做不确定度评定时是先取得合成标准不确定度 u ，然后再乘以 k 而给出了该数据结果的不确定度。

1.1.6 测量不确定度传播律

在测量分析中， 分析结果是通过一系列的步骤和测量值按某个 定的公式运算得到的。每个测量值都有各自的误差，因此各测量值的误差将要传递到

GLP Consulting

<http://consultglp.com>

分析结果去，影响分析结果的准确度和它的不确定度。设最终分析结果 y 与各测量值 x_1, x_2, x_3, \dots 等有下列函数关系

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (1-20)$$

用于 测量不确定度的测量模型一般形式就是式 (1-20)。

若 x_1, x_2, \dots 等随机输入 值，彼此间相互独立或互不影响，也就是在输入量估计值之间的协方差(covariance)或相关系数均为零的情况下，式 (1-20) 的泰勒级的一阶近似，称为不确定度传播律，即

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u(x_i)^2 \quad (1-21)$$

$\left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]$ 为偏导数，也称为灵敏系数，符号为 c_i ，即 $c_i = \partial f / \partial x_i$ 。

若 x_1, x_2, \dots 等输入值彼此间存有相互影响时，其不确定度传播律为

$$u_y^2 = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u(x_i)^2 + \sum \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j) \quad (1-21a)$$

在化学分析领域，各个步骤的误差皆**独立生成**，所以式 (1-21) 即可应用，相等于

$$u_y^2 = \sum \{ [\partial f / \partial x_1]^2 u(x_1)^2 + [\partial f / \partial x_2]^2 u(x_2)^2 + [\partial f / \partial x_3]^2 u(x_3)^2 + \dots \} \quad (1-22a)$$

$$\text{或} \quad u_y^2 = \sum \{ c_1^2 u(x_1)^2 + c_2^2 u(x_2)^2 + c_3^2 u(x_3)^2 + \dots \} \quad (1-22b)$$

u_y 是个 估计的标准差而称为合成标准不确定度。在不确定度评定中， x_1, x_2, \dots 等量符号可为 浓度 c ，体积 v ，重量 w ，稀释度 d 等。

例 1.5 设 y 与 c , v 和 w 的函数关系为

$$y = \frac{c \times v \times 1000}{w}$$

据式 (1-21) 对各量进行偏微分, 得

$$\frac{dy}{dc} = \frac{v \times 1000}{w} ; \quad \frac{dy}{dv} = \frac{c \times 1000}{w} ; \quad \frac{dy}{dw} = -\frac{c \times v \times 1000}{w^2}$$

若 $c = 0.45\text{mg/L}$, $v = 10\text{ml}$, $w = 1.5682\text{g}$,

及 标准偏差 $u(c) = 0.05\text{mg/L}$, $u(v) = 0.08\text{ml}$, $u(w) = 0.002\text{g}$

$$y = \frac{c \times v \times 1000}{w} = \frac{0.45 \times 10 \times 1000}{1.5682} = 2,870 \mu\text{g} / \text{L}$$

各别的灵敏系数为

$$c_c = \frac{dy}{dc} = \frac{10 \times 1000}{1.5682} = 6376.74$$

$$c_v = \frac{dy}{dv} = \frac{0.45 \times 1000}{1.5682} = 286.95$$

$$c_w = \frac{dy}{dw} = -\frac{0.45 \times 10 \times 1000}{1.5682^2} = -1829.83$$

因此 : $u_y^2 = \{c_c^2 u(c)^2 + c_v^2 u(v)^2 + c_w^2 u(w)^2\}$

$$= \{6376.74^2 \times 0.05^2 + 286.95^2 \times 0.08^2 + (-1829.83)^2 \times 0.002^2\} = 102197$$

$$u_y = 320 \mu\text{g/L}$$

式 (1-21) 是随机误差传递的通式, 以下对具体的函数关系分别加以讨论。

a. 加减法

设关系式是 $y = mA + nB + pC$

及标准差为 u_A, u_B, u_C

根据式 (1-22) 有合成方差 $u_y^2 = m^2u_A^2 + n^2u_B^2 + p^2u_C^2$

例 1.6

设某实验室使用的分析天平的标准不确定度 u_w 为 11.8mg。在一个试验中，

称量瓶重量, $m_1 = 24.9845\text{g}$

(样品+称量瓶) 重量, $m_2 = 35.3460\text{g}$

因此 样品重量, $m = m_2 - m_1 = 35.3460 - 24.9845 = 10.3615\text{g}$

样品的合成方差 $u_m^2 = 11.8^2 + 11.8^2 = 278.48$

样品的合成不确定度 $u_m = 16.7\text{mg} = 0.0167\text{g}$

b. 乘除法

设 A, B, C 的关系为: $y = m \frac{AB}{C}$

由式(1-22)有 $u_y^2 = \left(m \frac{B}{C}\right)^2 u_A^2 + \left(m \frac{A}{C}\right)^2 u_B^2 + \left(-m \frac{AB}{C^2}\right)^2 u_C^2$

若左边除以 y^2 , 右边除以 $\left(m \frac{AB}{C}\right)^2$, 则有

$$\left(\frac{u_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{u_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{u_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{C}\right)^2 \quad (1-23)$$

式(1-23)表示了分析结果的相对标准差的平方为各测量值相对标准差的平方之和。它也简化了有微积分的复杂计算。

以例 1.5 为典型的示例, 可用式(1-23)得出相同的分析结果的标准不确定度:

$$y = \frac{c \times v \times 1000}{w} = \frac{0.45 \times 10 \times 1000}{1.5682} = 2,870 \mu\text{g} / L$$

由于标准偏差 $u_c = 0.05 \text{mg/L}$, $u_v = 0.08 \text{ml}$, $u_w = 0.002 \text{g}$, 可得

$$\left(\frac{u_y}{2870}\right)^2 = \left(\frac{u_c}{c}\right)^2 + \left(\frac{u_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{u_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{0.05}{0.45}\right)^2 + \left(\frac{0.08}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.002}{1.5682}\right)^2$$

因此 $u_y = 320 \mu\text{g/L}$

c. 指数

设关系是 $y = mA^n$

由式(1-22)有 $u_y^2 = (mA^{n-1})^2 u_A^2$

若左边除以 y^2 , 右边除以 (mA^n) , 则有

$$\left(\frac{u_y}{y}\right)^2 = \left(n \frac{u_A}{A}\right)^2 \quad \text{或} \quad \frac{u_y}{y} = n \frac{u_A}{A} \quad (1-24)$$

(本节完)